1. 总人数 $N \sim \text{Poisson}(\lambda)$，是男的的概率为 p，男人数 M

(1) 求 $\mathbb{P}(N=n \mid M=k)$

(2) 求 $\mathbb{E}[N \mid M]$

2. 坛子里 2^n 个球，$\binom{n}{k}$ 个球标号是 k.（$k=0,1,\cdots,n$）

不放回地取 m 个球，记下标号

(1) 记 X_i 表示第 i 个球的标号

求 $\mathbb{E}[X_i]$

(2) 记 N_k 表示 m 个球中标号为 k 的个数

求 $\mathbb{E}[N_k]$

(3) 记 X 表示 m 个球总标号数之和

利用(1)或(2) 求 $\mathbb{E}[X]$

3. (1) 证最大最小值分布的 $f(x)$

（题中给出了具体的 $f(x)$ 是什么）

(2) n 个点 i.i.d. $\sim U(0,1)$

求 n 个点集中在 $\frac{1}{2}$ 大小的区间上的概率

4. $f(x,y) = c(4-x^2-y^2) \quad 0 < x^2+y^2 < 4$

考虑极坐标变换 r, θ.

(1) 求 c

(2) 求 r 和 θ 的 marginal pdf. r 与 θ 是否独立

5. $X \sim N(0,1) \quad \mathbb{P}(I=1)=\mathbb{P}(I=-1)=\frac{1}{2}$ 令 $Y = IX$

(1) 证 $Y \sim N(0,1)$

(2) 证 X 与 Y 不独立

(3) 证 X 与 Y 不相关

(4) X 与 Y 服从二元正态分布吗, 为什么

6、 $X_1, \cdots, X_n$ i.i.d 且 $\sim \exp(\lambda)$ 记 $S_n = X_1 + \cdots + X_n$

(1) 求使得 $\frac{S_n - a_n}{b_n} \Rightarrow N(0,1)$ 的 a_n 与 b_n

(2) $N(t) = \sup\{n : S_n \leq t\}$

证 $\frac{N(t)}{t} \to \lambda$ a.s. $t \to \infty$